

Лекция 4 (раздел 1).

Отношение предпочтения, функция полезности и бюджетное ограничение потребителя.

Отличительная черта микроэкономического анализа состоит в том, что его целью является моделирование экономической деятельности как взаимодействия отдельных экономических агентов, преследующих свои частные интересы. Поэтому мы начинаем изучение микроэкономики с анализа принятия решений отдельным индивидом. Модель оптимального выбора потребителя базируется на целом ряде предпосылок, которые мы и введём в данной главе. Эти предпосылки чрезвычайно важны для корректного решения проблем теории поведения потребителя.

§1. Отношение предпочтения и его свойства.

Проблема, с которой потребитель сталкивается в рыночной экономике, состоит в том, чтобы выбрать такие уровни потребления различных товаров и услуг, которые были бы доступны для их покупки на рынке. Мы назовём эти товары и услуги благами. Для простоты предположим, что число благ конечно и равно N : $n = 1, 2, \dots, N$. Пространство благ, включающее в себя различные количества всевозможных товаров и услуг, будем обозначать R^N . **Товарный**, или потребительский, **набор** есть перечень количеств благ из данного пространства, которые индивид потребляет в течение определённого периода времени. Товарный набор может быть рассмотрен как точка в пространстве благ и обозначается следующим образом:

$$(1.1) \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_N), \quad \text{где } x_n - \text{количество блага } n \text{ (} n = 1, 2, \dots, N \text{)}.$$

Пусть, например, первое благо – это картофель, второе – молоко, третье – свинина. И наш потребитель в течение недели потребляет 3 кг картофеля, 5 л молока и 2 кг свинины, а всеми остальными товарами и услугами не пользуется. Тогда его товарный набор будет представлен так:

$x = (3,5,2,0,\dots,0)$. Таким образом, понятие товарного набора используется экономистами для того, чтобы представить уровни потребления индивида.

В классическом варианте анализ поведения потребителя начинается с подробного определения предпочтений потребителя относительно тех или иных товарных наборов на потребителем множестве X . Понятие «потребительское множество» вводится потому, что выбор потребителем того или иного товарного набора обычно лимитирован некоторыми физическими ограничениями. Так, например, невозможно потребить отрицательное количество хлеба, воды, конфет и других благ. В этом случае потребителем множество представляет собой все товарные наборы с неотрицательным количеством благ:

$$(1.2) \quad X = R_+^N = \{x \in R^N : x_n \geq 0 \text{ для } n = 1, \dots, N\}.$$

Конечно, в микроэкономическом анализе мы, как правило, будем иметь дело именно с такого рода потребителем множеством. Все другие случаи будут оговариваться особо. Итак, потребителем множество есть подмножество пространства благ, обозначаемое $X \subset R^N$, элементы которого являются такими товарными наборами, которые потребитель, в принципе, может потребить при физических ограничениях, заданных его окружающей средой.

Как известно из дискретной математики, понятие «отношение» используют для обозначения связи между объектами. Примерами отношений могут служить: ...меньше, чем..., ...включено в..., ...делится на ... и т.д. В микроэкономическом анализе употребляется термин «отношение предпочтения», которое обозначается символом \succeq . Пусть x, y – товарные наборы из потребителем множества X , где $x = (x_1, \dots, x_N)$, $y = (y_1, \dots, y_N)$. Тогда отношение $x \succeq y$ означает, что для рассматриваемого потребителя товарный набор x предпочтительнее или, по меньшей мере, так же хорош, как набор y . Кроме того, выделяют отношение строгого предпочтения ($x \succ y$) и отношение безразличия ($x \sim y$). Отношение строгого предпочтения означает, что набор x явно лучше для нашего потребителя, чем набор y . Отношение безразличия означает, что потребителю всё равно, какой товарный набор потребить x или y .

В экономической теории предполагается, что предпочтения индивидов относительно наборов благ должны быть рациональными. Гипотеза о рациональности воплощается в трёх основных свойствах отношения предпочтения: сравнимости, транзитивности и рефлексивности. Предпосылка о сравнимости утверждает, что индивид имеет чётко определённое отношение предпочтения между любыми двумя товарными наборами из потребителем множества:

$$(1.3) \quad \forall x, y \in X : \text{или } x \succ y, \text{ или } y \succ x, \text{ или } x \sim y.$$

Другими словами, потребитель всегда может определить одну из следующих возможностей: либо x предпочтительнее, чем y ; либо y предпочтительнее, чем x ; либо x и y одинаково

привлекательны для него. Данная предпосылка чрезвычайно важна, так как она исключает возможность того, что индивид может x предпочитать строго больше, чем y и одновременно y предпочитать строго больше, чем x .

Свойство *транзитивности* отношения предпочтения также является очень сильной предпосылкой и составляет сердцевину концепции рациональности индивида. Транзитивность означает, что

$$(1.4) \quad \forall x, y, z \in X : \text{если } x \succ y \text{ и } y \succ z, \text{ тогда } x \succ z.$$

Нет уверенности в том, что транзитивность предпочтений с необходимостью должна быть свойством, характеризующим любые предпочтения. Транзитивность есть гипотеза о поведении людей в отношении выбора, а вовсе не чисто логическое утверждение. Является ли она достаточно точным описанием поведения людей? Что бы вы подумали о человеке, который, заявляя, что предпочитает набор x набору y , а набор y набору z , а затем заявил бы, что предпочитает набор z набору x ? Согласитесь, что это – странное поведение. Ещё важнее следующее: как повёл бы себя такой потребитель при выборе из трёх наборов x, y, z ? Если бы мы попросили его выбрать самый предпочитаемый им набор, перед ним возникла бы серьёзная проблема. Ведь какой бы набор он ни выбрал, всегда будет существовать набор, который он предпочитает выбранному. Если мы хотим иметь теорию, в рамках которой люди осуществляют «наилучший» выбор, то отношение предпочтения должно удовлетворять свойству транзитивности. Если бы предпочтения не были транзитивны, вполне могло бы существовать множество наборов, выбрать наилучший из которых невозможно.

Свойство *рефлексивности* отношения предпочтения подразумевает, что любой товарный набор, по крайней мере, не хуже самого себя:

$$(1.5) \quad \forall x \in X : x \succeq x$$

Это свойство тривиально. Конечно, совсем маленькие дети иногда его нарушают, но для поведения подавляющей части взрослого населения оно является приемлемым. Поскольку мы можем посмотреть на это отношение с двух сторон, то есть поменять местами наборы, то данная предпосылка подразумевает, что товарный набор безразличен с точки зрения потребителя по отношению к самому себе.

Перечисленные выше свойства могут быть использовано применительно к отношениям строго предпочтения и безразличия:

а) отношение строго предпочтения не рефлексивно (то есть не может быть $x \succ x$) и транзитивно (если $x \succ y$ и $y \succ z$, тогда $x \succ z$);

б) отношение безразличия является рефлексивным ($x \sim x$), транзитивным (если $x \sim y$ и $y \sim z$, тогда $x \sim z$) и симметричным (если $x \sim y$, тогда $y \sim x$);

в) если $x \succ y$ и $y \succeq z$, тогда $x \succ z$.

Свойства сравнимости, транзитивности и рефлексивности являются основополагающими при построении теории поведения потребителя и, в принципе, достаточными. Однако экономисты часто вводят ещё две предпосылки относительно предпочтений потребителя, значительно облегчающих анализ потребительского выбора. Это свойства строгой монотонности и строгой выпуклости отношения предпочтения. Заметим, что каждая дополнительная предпосылка – это шаг от более общего исследования к рассмотрению более частных случаев. Когда мы припишем отношению предпочтения свойства строгой монотонности и строгой выпуклости, мы сразу же исключим из нашего анализа целый ряд благ особого рода: совершенные комплементы, антиблага, совершенные субституты и некоторые другие. Однако любая модель, в том числе и экономическая, является упрощением реальной действительности. Тем не менее, смоделировав на основе введённых предпосылок ситуацию в принципе, мы затем рассмотрим эти особого рода блага отдельно.

Зачастую очень удобно предположить, что большее количество товаров потребитель предпочитает меньшему количеству тех же благ, то есть использовать предпосылку о ненасыщаемости. Эта предпосылка улавливается в таком свойстве отношения предпочтения, как строгая монотонность. Отношение предпочтения на потребительском множестве X является строго монотонным при выполнении следующего условия:

(1.6) если $x > y$, тогда $x \succ y$.

Эта предпосылка говорит о том, что потребителю лучше, когда он, по меньшей мере, всех, кроме одного, товаров потребляет в таком же количестве, но уж как минимум одно благо он потребляет в большем количестве. Заметим сразу, что предпосылка о ненасыщаемости хорошо работает до тех пор, пока мы имеем дело с благами, а не с антиблагами. Антиблага – это то, что по мнению потребителя приносит ему вред, поэтому он желает употреблять такого рода вещи как можно в меньшем количестве. Примерами антиблаг могут служить выхлопные газы автомобилей, сигаретный дым для некурящих, а для некоторых маленьких детей – нелюбимая ими манная каша.

Ещё в большей мере сужает область анализа предпосылка о строгой выпуклости отношения предпочтения. Отношение предпочтения является строго выпуклым, если для товарных наборов x, y, z из потребительского множества X выполняется следующее:

(1.7) если $y \succeq x$, $z \succeq x$ и $y \neq z$, тогда

$$\alpha \cdot y + (1 - \alpha) \cdot z \succ x, \text{ где } 0 < \alpha < 1.$$

Чтобы лучше понять данное свойство отношения предпочтения, используем для анализа аппарат кривых безразличия. Кривая безразличия – это графическое представление множества безразличия, то есть множества потребительских наборов, которые для нашего потребителя описываются отношением безразличия.

Предположим, что некий индивид живёт в мире двух благ, то есть он может потреблять только первое и второе благо. На оси абсцисс будем откладывать количество первого товара, а на оси

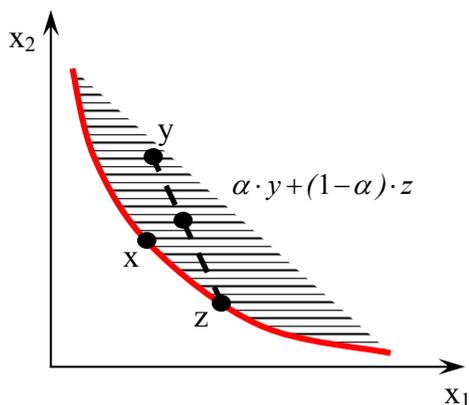


Рис. 1.1.

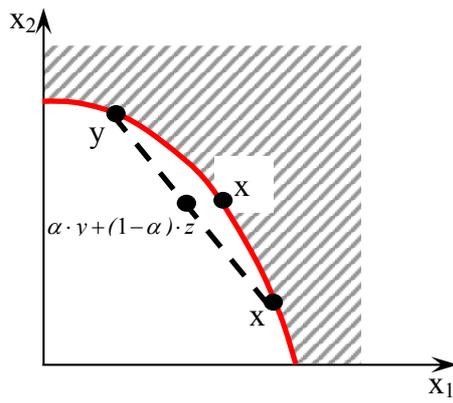


Рис. 1.2.

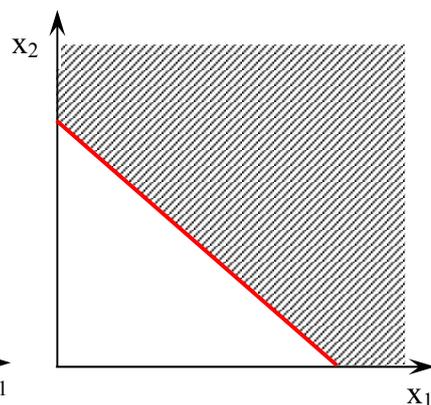


Рис. 1.3.

ординат – количество второго товара. В принципе, кривая безразличия может иметь любой вид из тех, которые показаны на рисунках **1.1, 1.2, 1.3.**

Все точки, принадлежащие одной и той же кривой безразличия, показывают товарные наборы, равноценные с точки зрения нашего потребителя. На рис. **1.1** это наборы x и z . В соответствии с предпосылкой о строгой монотонности отношения предпочтения все товарные наборы, лежащие выше кривой безразличия (в заштрихованной области), оказываются более предпочтительными для потребителя, так как содержат большее количество того или (и) другого блага. Заштрихованная область называется зоной улучшения. Все товарные наборы, лежащие ниже кривой безразличия, менее предпочтительны для потребителя, чем те, которые расположены на кривой.

На рис. **1.1** $y \succ x$, $z \sim x$ и $y \neq z$, что соответствует условию из предпосылки **1.7**. Если мы соединим отрезком точки y и z , то любая точка, принадлежащая данному отрезку, может быть описана следующим образом:

$$(\alpha \cdot y_1 + (1 - \alpha) \cdot z_1; \alpha \cdot y_2 + (1 - \alpha) \cdot z_2), \text{ то есть}$$

$$\alpha \cdot y + (1 - \alpha) \cdot z.$$

При $0 < \alpha < 1$ крайние точки отрезка (y и z) исключаются. Все остальные точки на отрезке представляют товарные наборы, лежащие в зоне улучшения, то есть более предпочтительные для потребителя, чем набор x , принадлежащий кривой безразличия. В формальной записи: $\alpha \cdot y + (1 - \alpha) \cdot z \succ x$. Таким образом, ситуация, представленная на рис. **1.1** удовлетворяет утверждению **1.7**, то есть предпосылке о строгой выпуклости отношения предпочтения. Легко видеть, что в этом случае кривая безразличия является выпуклой вниз. В дальнейшем мы будем называть такие кривые безразличия просто выпуклыми. Кривая, представленная на рис. **1.2**, является выпуклой вверх. В дальнейшем мы будем называть такие кривые вогнутыми. Из графика, изображённого на втором рисунке, видно, что предпосылка о строгой выпуклости отношения

предпочтения не выполняются, так как $\alpha \cdot y + (1 - \alpha) \cdot z \prec x$. Кривая безразличия, представленная на рис. 1.3, описывает выпуклое отношение предпочтения, но не строго выпуклое. Заметим ещё раз, что предпосылка о строгой выпуклости отношения предпочтения исключает из анализа некоторые типы благ, например, совершенные субституты или блага, описываемые вогнутыми кривыми безразличия.

§ 2. Функция полезности.

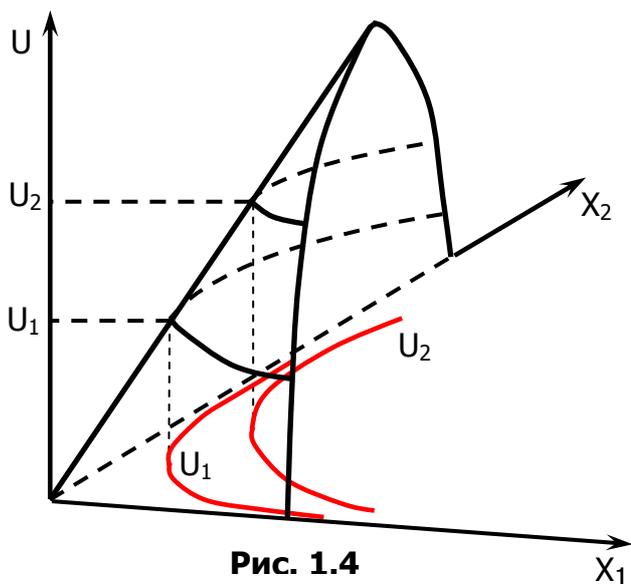


Рис. 1.4

В экономической теории отношение предпочтения часто описывается при помощи функции полезности. Возможность представления предпочтений при помощи функции полезности тесно связана с предположением о сравнимости и транзитивности отношения предпочтения. Однако для того, чтобы обеспечить существование функции полезности необходимо ввести ещё одну предпосылку, называемую свойством непрерывности отношения предпочтения.

Отношение предпочтения (\succeq) на потребительском множестве X является

непрерывным, если оно сохраняется в пределе.

(1.8) То есть для любой пары последовательностей $\{(x_n, y_n)\}_{n=1}^{\infty}$ с отношением предпочтения $x_n \succeq y_n$ для всех n мы имеем $x \succeq y$, где $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ и $y = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$.

Если выполняются предпосылки о сравнимости, транзитивности и непрерывности отношения предпочтения, тогда мы можем представить это отношение в виде функции, отражающей зависимость между объёмами потребляемых в наборе благ и уровнем полезности, достигаемым потребителем при потреблении этого набора благ. Функцией полезности может служить любая функция $U(x)$, отвечающая следующему требованию: эта функция принимает бóльшие значения для тех наборов благ, которые предпочтительнее с точки зрения потребителя, и одинаковые значения для равноценных наборов благ. Формально:

(1.9) Функция U является функцией полезности, представляющей отношение предпочтения (\succeq), если $\forall x, y \in X : x \succeq y \Leftrightarrow U(x) \geq U(y)$.

В микроэкономической теории для решения задач используются функции полезности конкретного вида. Одной из наиболее часто используемых в экономическом анализе является функция Кобба-Дугласа. Пол Х. Дуглас был экономистом и работал в Чикагском университете, а позже стал

сенатором. Чарльз В. Кобб был математиком. Предположим, что потребительский набор состоит только из двух благ, тогда функция полезности Кобба-Дугласа выглядит следующим образом:

$$(1.10) \quad U(x_1, x_2) = k \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta, \text{ где } k, \alpha, \beta = \text{const}, k, \alpha, \beta > 0.$$

Эта функция очень удобна, поскольку она соответствует также и предпосылкам о строгой монотонности и строгой выпуклости отношения предпочтения. Свойство строгой монотонности требует, чтобы функция полезности была возрастающей по каждому из аргументов:

$$(1.11) \quad \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0 \text{ и } \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0.$$

Это означает, что увеличение количества каждого из благ в товарном наборе увеличивает для потребителя полезность этого набора.

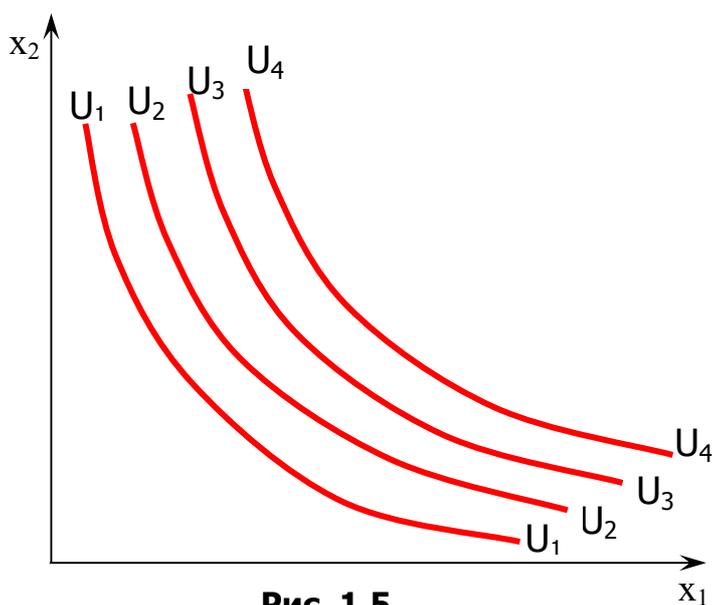


Рис. 1.5.

Свойство строгой выпуклости предполагает, что проекции линий уровня функции полезности на плоскость (x_1, x_2) должны быть строго выпуклы (вниз). На рис. 1.4 представлен график функции Кобба-Дугласа для случая $\alpha + \beta = 1$. Это – коническая поверхность. Если мы осуществим сечение этой поверхности плоскостью при значении полезности U_1 , то получим линию уровня U_1 функции полезности. Спроецировав эту линию на плоскость (x_1, x_2) , получаем **кривую**

безразличия, каждая точка которой представляет набор двух благ, имеющих для потребителя одинаковую полезность U_1 . Аналогичным образом, осуществив сечение на уровне полезности U_2 , мы получим кривую безразличия, отражающую для различных товарных наборов значение полезности U_2 . Так строится **карта кривых безразличия**, являющаяся отображением линий уровня функции полезности на плоскость (x_1, x_2) . Карта кривых безразличия представлена на рис. 1.5. Из понятия функции полезности (см. 1.9) видно, что определение кривой безразличия, данное в §1, идентично определению кривой безразличия, данному здесь.

Свойства кривых безразличия. Много ли свойств у кривых безразличия? Это зависит от того, какие предпосылки мы используем в анализе. Предпосылкам, введённым в §1, соответствуют следующие свойства кривых безразличия.

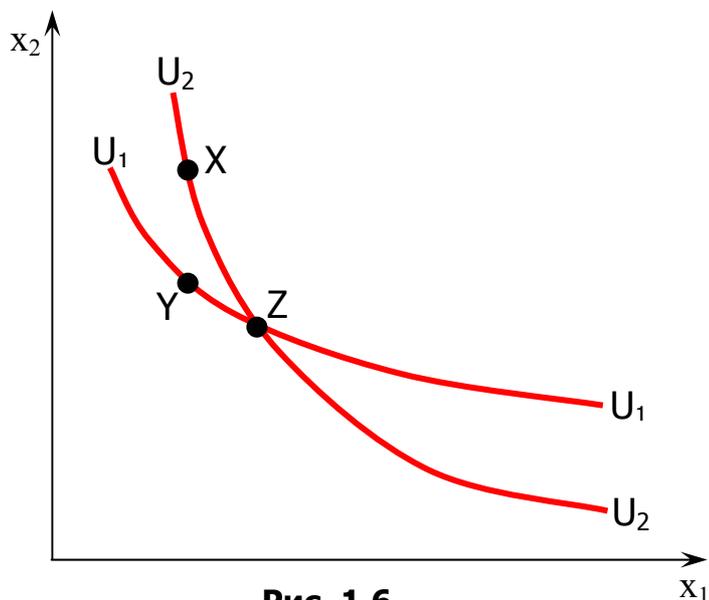


Рис. 1.6.

наборы X и Y , принадлежащие разным кривым, не могут характеризоваться отношением безразличия. Пусть набор X более предпочтителен для потребителя, чем набор Y . В то же время X и Z принадлежат одной кривой безразличия $U_2 - U_2$, а также наборы Y и Z принадлежат одной кривой безразличия $U_1 - U_1$. Следовательно, $X \sim Z$ и $Z \sim Y$. Из предпосылки о транзитивности отношения предпочтения следует, что $X \sim Y$. Но это противоречит предположению о том, что $X \succ Y$. Значит, кривые безразличия не могут пересекаться.

2. **Каждая следующая кривая безразличия, проходящая дальше от начала координат, отражает бóльшую величину полезности, чем предыдущая.**

Это свойство связано с предпосылкой о строгой монотонности отношения предпочтения. Последняя подразумевает, что функция полезности является строго возрастающей. Отсюда каждая кривая безразличия, расположенная выше, показывает и более высокий уровень полезности. Так, на рис. 1.5 $U_1 < U_2 < U_3 < U_4$, что соответствует сечениям поверхности функции $U(x_1, x_2)$, представленным на рис. 1.4.

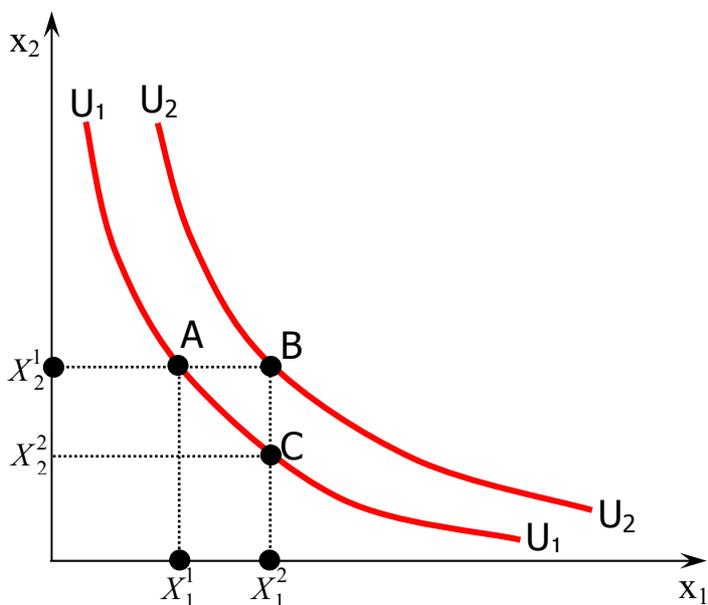


Рис. 1.7.

1. **Кривые безразличия не могут пересекаться.** Это – самое общее свойство. Оно выполняется для всех видов предпочтений потребителя. Данное свойство вытекает из двух основных предпосылок – сравнимости и транзитивности отношения предпочтения.

Доказательство. Допустим, что две кривые безразличия пересекаются, как показано на рис. 1.6. Поскольку разные кривые безразличия демонстрируют различные уровни полезности от потребления наборов благ, то

3. **Кривые безразличия имеют отрицательный наклон.**

Данное свойство также связано с предпосылкой о строгой монотонности отношения предпочтения.

Пусть первоначально потребитель находится в точке **A**, как показано на рис.

1.7. потребляемый им товарный набор (x_1^1, x_2^1) доставляет полезность U_1 . Если мы увеличим количество первого блага, оставив при этом количество второго блага неизменным, то потребитель попадает в точку **В**, принадлежащую другой кривой безразличия, отражающей более высокий уровень полезности U_2 . Если же мы хотим сохранить отношение безразличия, то есть хотим остаться на прежнем уровне полезности U_1 , тогда увеличение количества первого блага должно сопровождаться уменьшением количества второго блага, например, при переходе из точки **А** в точку **С**. Формально: $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} < 0$, то есть отрицательный наклон кривой безразличия.

Если предпосылка о строгой монотонности отношения предпочтения не выполняется, то данное свойство отсутствует. Так, например, товарные наборы, включающие в себя антиблаго, принадлежат кривым безразличия, имеющим положительный наклон.

4. Предельная норма замещения (MRS) одного блага другим уменьшается при движении вдоль кривой безразличия. Это свойство является наиболее частным случаем, так как исключает из анализа целый ряд благ и видов предпочтений. Оно базируется на предпосылке о строгой выпуклости отношения предпочтения и требует, чтобы кривые безразличия были строго выпуклыми (вниз). Для понимания экономического смысла данного свойства необходимо ввести в анализ понятие «предельная норма замещения».

Предположим, что потребитель потребляет товарный набор, состоящий из двух благ.

Нормой замещения товара 2 товаром **1** называется то количество товара **2**, от которого потребитель **готов** отказаться ради получения одной дополнительной единицы товара **1**, оставаясь при этом на той же самой кривой безразличия (то есть на том же самом уровне полезности):

$$(1.12) \quad RS = (-1) \cdot \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = - \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \quad \left| \quad U = const \right.$$

При бесконечно малых приращениях мы можем интерпретировать норму замещения как **предельную норму замещения**:

$$(1.13) \quad MRS = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right) = - \frac{dx_2}{dx_1} \quad \left| \quad U = const \right.$$

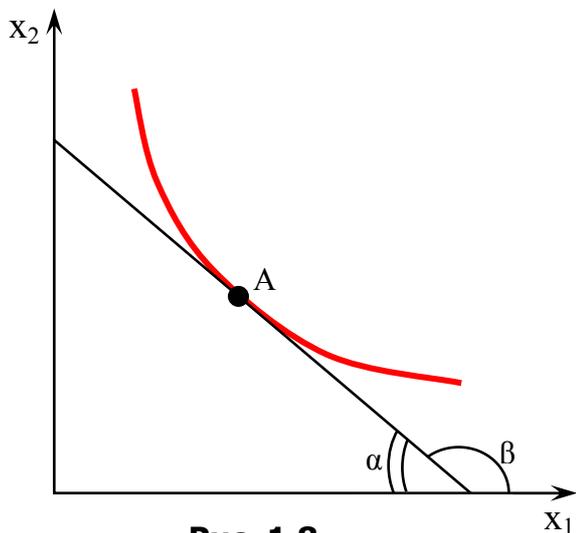


Рис. 1.8

Геометрический смысл предельной нормы замещения: MRS измеряет наклон кривой безразличия в каждой отдельной точке. Например, на рис. **1.8** в точке **A** значение предельной нормы замещения равно тангенсу угла наклона касательной, проведённой к кривой безразличия в данной точке. Строго говоря, в точке **A** $\frac{dx_2}{dx_1} = tg\beta$. Однако в экономической теории норма замещения, а соответственно и MRS , чаще всего рассматриваются как положительные величины, поэтому $MRS = -\frac{dx_2}{dx_1} = tg\alpha$.

Предположим, что функция полезности представлена в виде: $U(x_1, x_2)$, где x_1 и x_2 – количества каждого из благ, которые потребляет наш потребитель. Под предельной полезностью потребления блага **1** мы понимаем функцию:

$$(1.14) \quad MU_{x_1} = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Предельная полезность товара x_1 есть дополнительная полезность, получаемая от незначительного дополнительного количества товара **1** в потреблении при том условии, что количества всех других товаров в потреблении остаются неизменными.

Очевидно, что величина предельной полезности зависит от точки, в которой частная производная оценивается, то есть она зависит от того, сколько **1-го** и **2-го** блага индивид потребляет в данный момент.

Мы можем выписать полный дифференциал функции полезности как сумму частных дифференциалов:

$$(1.15) \quad dU(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2$$

Это уравнение говорит, что дополнительная полезность, получаемая от небольшого приращения **1-го** и **2-го** блага в потреблении, является просто суммой добавочных полезностей, обеспечиваемых каждым из этих приростов.

$$(1.16) \quad dU(x_1, x_2) = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

Это уравнение мы используем для того, чтобы развить концепцию MRS, приравняв полный дифференциал к нулю. Равенство нулю означает, что мы остаёмся на той же самой кривой безразличия, то есть, сохраняем уровень полезности без изменения.

$$(1.17) \quad MU_{x_1} dx_1 + MU_{x_2} dx_2 = 0$$

Заметим, что в этом случае количества всех других благ остаются постоянными. Отсюда влияние на dU оказывают изменения только двух благ: x_1 и x_2 . Это такой же подход, который был применён к анализу кривых безразличия.

Произведя несложные преобразования, получаем:

$$(1.18) \quad - \frac{dx_2}{dx_1} \Bigg|_{U = const} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{MU_{x_1}}{MU_{x_2}}.$$

Левая часть этого уравнения является просто определением MRS. И отсюда мы получаем вывод, что MRS есть соотношение предельных полезностей двух благ. Заметим, что MRS при этом не зависит от того, как измеряется полезность, хотя этого нельзя сказать о предельной полезности.

Монотонное преобразование функции полезности.

Монотонное преобразование функции полезности – это новая функция полезности, которая точно также описывает предпочтения потребителя (то есть показывает более или менее предпочтителен тот или иной набор благ), как и первоначальная функция полезности. Пусть, например, существует отношение предпочтения $x \succeq y$ ($x, y \in X$). Тогда функция полезности U , по определению, должна отражать это предпочтение следующим образом: $U(x) \geq U(y)$. Однако, если какая-либо функция f является монотонно возрастающей ($\frac{df}{dU} > 0$ на всём интервале), тогда она по определению монотонно возрастающей функции должна сохранять соотношение: $f(U(x)) \geq f(U(y))$. А это означает, что функция f точно также описывает предпочтение, как и функция U .

Пример.

Потребительские наборы.	Значения первоначальной функции полезности – U .	Монотонное преобразование: $V = f(U) = 10 \cdot U$ и его значения.
-------------------------	--	---

x	$U(x) = 1$	$V = f(U) = 10 \cdot U = 10$
y	$U(y) = 2$	$V = f(U) = 10 \cdot U = 20$
z	$U(z) = 2$	$V = f(U) = 10 \cdot U = 20$

Обратите внимание, что здесь сохраняется только **порядок ранжирования** альтернатив, а не числовые значения уровня полезности. Свойства функции полезности, которые инварианты для любого монотонного преобразования называются **ординалистскими**, или порядковыми. **Кардиналистскими** (количественными, измеряемыми) свойствами являются те, которые не сохраняются при всех таких преобразованиях. Таким образом, отношение предпочтения, ассоциируемое с функцией полезности, является ординалистским свойством. С другой стороны, числовые значения, возникающие при измерении полезности альтернатив, являются кардиналистским свойством.

Примерами монотонного преобразования функции полезности могут служить:

- умножение её на любое положительное число;
- прибавление к ней любого числа;
- возведение её в положительную степень при условии, что $U > 0$ и др.

Следовательно, функция полезности, которая представляет отношение предпочтения, не является единственной. Это означает, что при анализе отношения предпочтения $x \succeq y$ мы можем использовать не только первоначальную функцию полезности U , но и другие функции, являющиеся её монотонным преобразованием.

§ 3. Бюджетное ограничение потребителя.

В дополнение к физическим ограничениям, воплощённым в потребительском множестве, потребитель сталкивается с важным экономическим ограничением: его потребительский выбор ограничен теми товарными наборами, которые он может позволить себе купить.

Представьте, что вы в течение года подрабатывали, и вам удалось скопить «кругленькую» сумму денег в 1700 американских долларов. Наконец, пришло время потратить эти деньги. У вас есть много желаний и потребностей. Их так много, что даже 3000 долларов не хватит, чтобы удовлетворить самые заветные. Ваши заветные желания следующие: купить себе фотоаппарат и музыкальный центр; съездить отдохнуть и повидать дальние края; сделать подарки родителям. Когда вы пришли в магазины и турагентства, то увидели, что ассортимент товаров и услуг очень широк. Например, вы можете приобрести дешёвый фотоаппарат, но он выполняет слишком мало функций: не снимает на дальних расстояниях, а также в сумерках и в помещении и т.п. Вы можете купить полупрофессиональный фотоаппарат с множеством функций (ведь фотосъёмка – ваше хобби), но он

стоит очень дорого. Таким образом, вам необходимо сделать выбор: какой именно набор благ следует приобрести, чтобы максимально удовлетворить ваши потребности в ситуации ограниченных денежных ресурсов (вы не можете выйти за пределы 1700 долларов).

Чтобы формализовать данное бюджетное ограничение введём в анализ несколько допущений. Предположим, что все N благ из товарного набора продаются на рынке по ценам, измеряемым в денежных единицах (рублях, долларах, йенах и т.п.), и эти цены не являются отрицательными. Заметим, что, в принципе, отрицательные цены могут быть использованы в анализе наряду с положительными. Они означают, что индивид платит за то, чтобы не потреблять данный товар. Это вполне логично для антиблаг, таких, например, как выхлопные газы или сигаретный дым. Тем не менее для простоты мы будем предполагать, что цены товаров не являются отрицательными.

Предположим также, что существует полная определённости в отношении цен, то есть цены благ публично котируются и известны потребителям. Мы можем представить их как ценовой вектор, который показывает денежные затраты на единицу каждого из N товаров:

$$p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{pmatrix}$$

Допустим ещё, что эти цены находятся вне влияния на них потребителей. Это так называемая “price-taking assumption”: любой индивид принимает ту цену, которая существует на рынке и никаким образом не может её изменить. Следовательно, цены благ в наших моделях (по крайней мере, на первоначальном этапе анализа) будут постоянными величинами:

$$p_1, p_2, \dots, p_N = \text{const.}$$

Возможность потребления некоторого товарного набора зависит не только от рыночных цен, но также и от уровня богатства потребителя, измеренного в денежном выражении. Предположим, что у нашего потребителя есть некоторая сумма денег, которую он может расходовать в течение рассматриваемого периода времени. Например, это ежемесячный денежный доход потребителя: заработная плата, стипендия или пенсия. Обозначим данный доход I и допустим, что он не изменяется в течение рассматриваемого периода времени, то есть $I = \text{const}$. Тогда бюджетное ограничение может быть определено следующим образом.

Товарный набор $x \in X$ становится доступным для потребителя, если общие денежные расходы на его приобретение не превышают дохода потребителя:

$$p \cdot x = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_N x_N \leq I.$$

Это экономическое ограничение в сочетании с утверждением, что товарный набор x принадлежит потребителскому множеству X и $X = R_+^N$, подразумевает, что существует

определённое бюджетное множество, которое иногда называют вальрасианским в честь знаменитого экономиста Леона Вальраса.

Вальрасианское бюджетное множество $B_{p,I} = \{x \in R_+^N : p \cdot x \leq I\}$ есть множество всех товарных наборов, доступных для потребителя, сталкивающегося с рыночными ценами p и имеющего доход I . Отсюда проблема потребителя может быть сформулирована как выбор товарного набора x из $B_{p,I}$ при заданных доходе и ценах.

На рис. **1.9** бюджетное множество для случая $N = 2$ представлено заштрихованной частью графика.

Верхняя граница вальрасианского множества для двух благ называется бюджетной линией. Все товарные наборы, расположенные на ней доступны для потребителя только при условии полного расходования денежного дохода I . Уравнение бюджетной линии выглядит следующим образом:

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = I$$

В левой части уравнения представлены денежные расходы потребителя на покупку двух благ, в правой части – доход потребителя. Мы можем переписать данное уравнение, выразив x_2 через x_1 :

$$(1.19) \quad x_2 = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

Это поможет нам определить экономический смысл пересечения бюджетной линии с осями координат и её наклона. Каждое пересечение показывает максимальное количество одного из товаров, которое может быть

куплено на располагаемый доход при текущих ценах, когда потребитель не покупает ни одной единицы другого товара.

Тангенс угла наклона бюджетной линии интерпретируется экономистами как альтернативные издержки потребления первого блага. Для того, чтобы потреблять большее количество первого блага при условии полного расходования денежных средств индивид должен отказаться от потребления некоторого количества второго блага. Недопотреблённое количество товара **2** – это и есть настоящие экономические издержки потребления дополнительного количества товара **1**:

$$tg\alpha = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}, \text{ или } tg\beta = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}.$$

В конечном счёте альтернативные издержки зависят от соотношения цен на рынке. Если второе благо в два раза дешевле, чем первое, то индивид вынужден пожертвовать двумя единицами второго

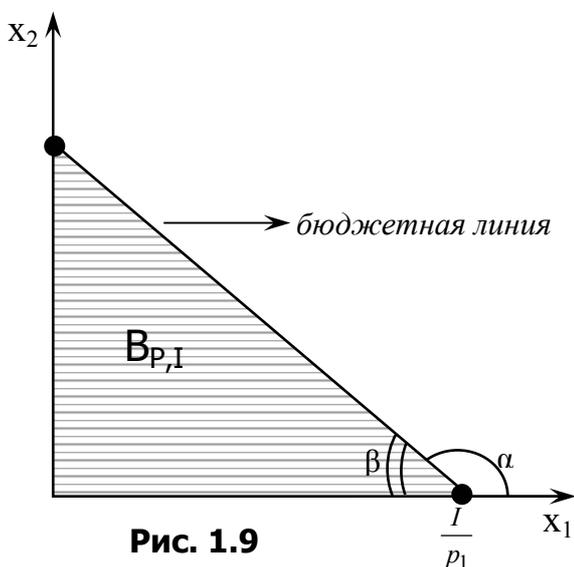


Рис. 1.9

блага ради приобретения одной дополнительной единицы первого блага. Из уравнения **1.19** легко видеть, что

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{p_1}{p_2}, \text{ или } \operatorname{tg} \beta = \frac{p_1}{p_2}.$$

Соотношение, в котором товары могут быть обменены один на другой на рынке, экономисты называют рыночной нормой обмена. Эта норма задаётся соотношением цен данных товаров. В

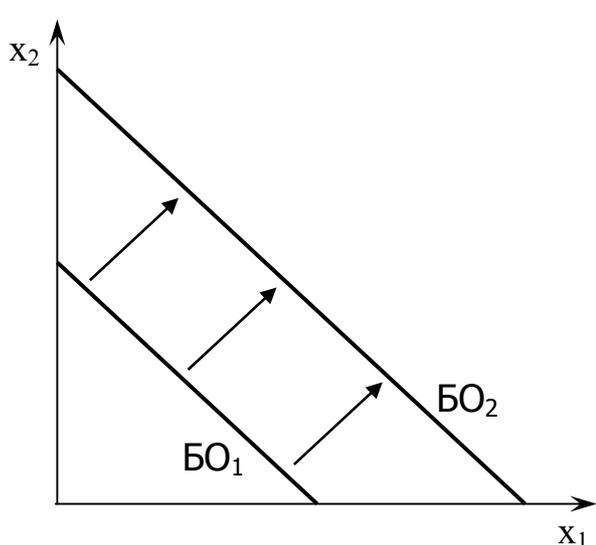


Рис. 1.10 (а)

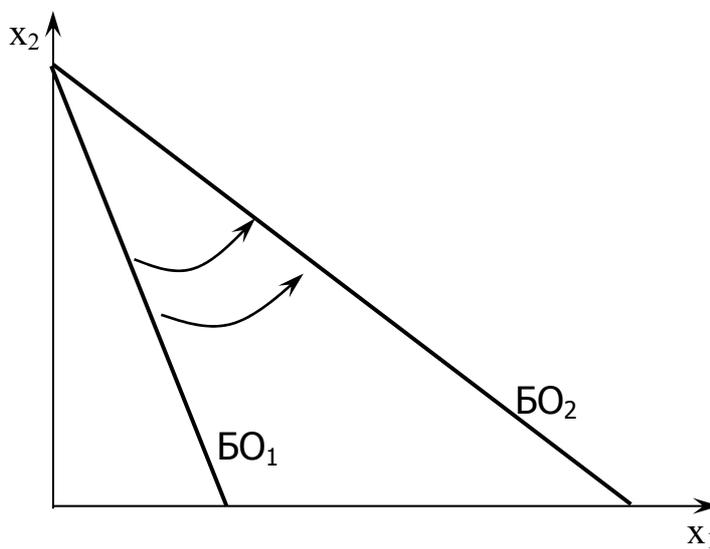


Рис. 1.10 (б)

отл
ичи
е от
рын
очн
ой,
физ
иче
ская
нор
ма
обм

ена – это предельная норма замещения (*MRS*). Она (см. **§2**) характеризует лишь вкусы и предпочтения потребителя независимо от рыночных условий и показывает, от какого количества второго блага готов отказаться потребитель ради получения дополнительной единицы первого блага при том же уровне полезности.

Изменения в доходе и ценах вызовут сдвиг бюджетной линии. Увеличение денежного дохода сделает возможным для потребителя покупку товарных наборов, которые раньше были ему недоступны. Поэтому оно смещает бюджетную линию дальше от начала координат параллельно себе самой, как показано на рис. **1.10 (а)**. В этом случае наклон бюджетной линии не изменяется, так как зависит только от цен потребляемых товаров и не подвержен влиянию дохода потребителя. Впрочем, это легко видеть из уравнения **1.19**. Из этого уравнения также видно, что изменение цены первого блага сместит бюджетную кривую вдоль оси x_1 , не изменяя точки её пересечения с осью x_2 . Предположим, например, что цена первого блага уменьшилась. Эта ситуация отражена на рис. **1.10 (б)**. Если бы потребитель тратил весь свой доход на первое благо, он смог бы покупать его в большем количестве при пониженной цене. Следовательно, точка пересечения бюджетной линии с осью абсцисс сдвигается дальше от начала координат. Поскольку цена второго блага осталась неизменной, то не изменилась и точка пересечения бюджетной линии с осью ординат. Как видно из рис. **1.10 (б)** при снижении цены одного из благ бюджетное множество будет включать большее количество элементов. При увеличении цены ситуация будет обратной.

Графическая иллюстрация может быть весьма полезной, однако она, как правило, является частным случаем. Вернёмся к более общему понятию бюджетного множества и припишем ему некоторые свойства, которые станут важными предпосылками для дальнейшего анализа поведения потребителя.

Во-первых, предположим, что бюджетное множество является ограниченным. Это подразумевает, что ни одна из цен на товар не является нулевой.

$$p_n > 0, \text{ где } n = 1, 2, \dots, N.$$

Если бы, например, в случае двух благ $p_1 = 0$, тогда из уравнения **1.19** следовало бы, что

бюджетная линия является линией, параллельной оси абсцисс и проходящей через точку $x_2 = \frac{I}{p_2}$.

Здесь бюджетное множество было бы неограниченным справа. Потребитель смог бы потреблять первый товар в любом количестве. В реальной жизни существует два типа благ: свободные и экономические. Свободные блага имеются практически в неограниченных масштабах (например, воздух), поэтому потребляются бесплатно. Другие блага имеются лишь в ограниченных количествах в каждый данный момент времени: например, еда, одежда, автомобили, жильё и т.д. Поэтому их невозможно распределить между всеми потребителями в соответствии с желаниями последних. В этом случае цена служит специфическим ограничителем доступа к тому или иному товару, нормируя их потребление. Блага, имеющиеся в ограниченных количествах, называются экономическими и являются платными. В рамках микроэкономики изучаются только экономические блага, поэтому мы и ввели предпосылку о том, что цена любого из товаров, потребляемых индивидами, не равна нулю.

Во-вторых, допустим, что бюджетное множество является замкнутым. Это означает, что любой товарный набор, расположенный на границах бюджетного множества, является доступным для потребителя. В двумерном случае границами являются оси координат и бюджетная линия. Следовательно, мы будем рассматривать ситуации, когда одно из благ вообще не потребляется индивидом. В-третьих, будем предполагать, что бюджетное множество является непустым. Это означает, что доход потребителя $I > 0$ и цена хотя бы одного из благ такова, что индивид сможет купить положительное количество данного блага. Другими словами, мы не рассматриваем вырожденный случай, когда $x_n = 0 \quad \forall n = 1, \dots, N$. В-четвёртых, предположим, что бюджетное множество является выпуклым, то есть если товарные наборы x и y являются элементами $B_{p,I}$, тогда набор $z = \alpha \cdot x + (1 - \alpha) \cdot y$, где $\alpha \in [0, 1]$, также принадлежит $B_{p,I}$.

В следующей главе мы исследуем, каким образом потребитель выбирает оптимальный товарный набор из своего бюджетного множества. Это исследование будет базироваться на предпосылках, введённых в данной главе.